

中学校数学

第2学年

5 図形の性質と証明

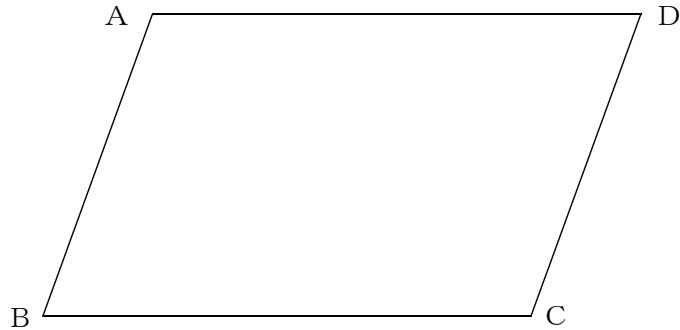
[解答例]

中学校

年 組 号 氏名

■ 全国学力・学習状況調査①

平行四辺形になるための5つの条件を理解しておく必要がある。



平行四辺形になるための5つの条件は次の通り。

- ① 2組の向かい合う辺がそれぞれ平行である。(定義)
- ② 2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい。
- ③ 2組の向かい合う角がそれぞれ等しい。
- ④ 対角線がそれぞれの中点で交わる。
- ⑤ 1組の向かい合う辺が平行で等しい。

「 $AB \parallel DC$, $AB=DC$ 」が表しているのは、1組の向かい合う辺が平行でその長さが等しいことを表している。

答え オ

■全国学力・学習状況調査②

証明

平行四辺形ABCDの対角線ACをひく。

$\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ において、

平行線の錯角は等しいから、

$AB \parallel DC$ より、

$$\angle BAC = \angle DCA \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$AD \parallel BC$ より、

$$\angle BCA = \angle DAC \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

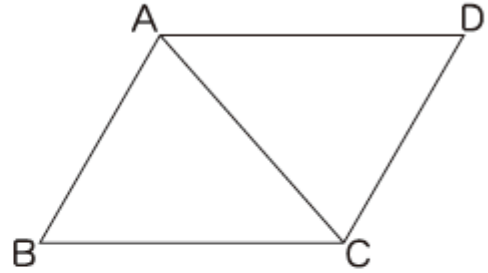
また、 $AC = CA$ (AC は共通) $\dots\dots \textcircled{3}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ より、1辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$$

よって、 $AB = CD$, $BC = DA$

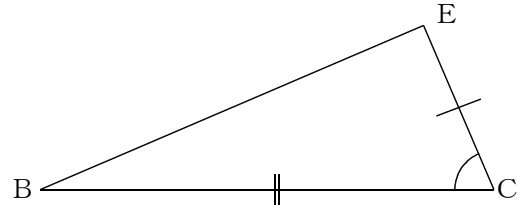
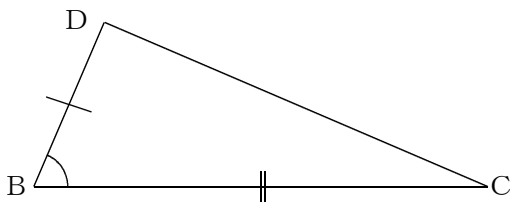
したがって、平行四辺形の2組の向かい合う辺はそれぞれ等しい。



この証明は、どんな平行四辺形であっても同じように適用できる。

■全国学力・学習状況調査③

2つの三角形を抜き出して考えてみる。

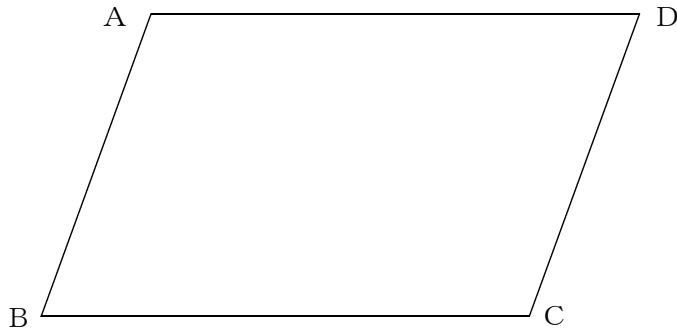


△DBCと△ECBにおいて、
 仮定から、 $BD = CE$ ①
 △ABCは二等辺三角形なので底角は等しいから、
 $\angle DBC = \angle ECB$ ②
 また、 $BC = CB$ (BCは共通)③
 ①, ②, ③より、 から、
 $\triangle DBC \equiv \triangle ECB$
 したがって、 $CD = BE$

①, ②, ③を図に表すと、合同条件が、2辺とその間の角がそれぞれ等しいことが分かる。

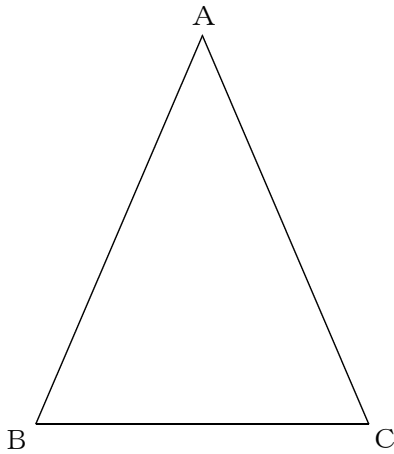
■全国学力・学習状況調査④

- 1 AD, BCの組と, AB, DCの組の2通りの場合があります。



答え $AB=DC, AB \parallel DC$
 または,
 $AD=BC, AD \parallel BC$

- 2 二等辺三角形の2つの底角は等しいことを記号で表す。この図形の場合は $AB=AC$ の二等辺三角形だから、底角は $\angle B$ と $\angle C$ になる。



答え $\angle B = \angle C$
 または,
 $\angle ABC = \angle ACB$ など

■全国学力・学習状況調査⑤

図 1

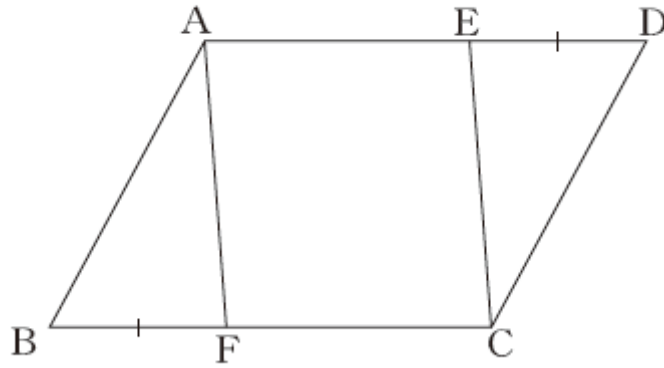


図 2

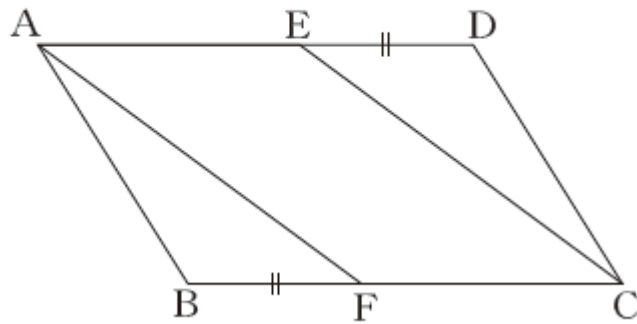
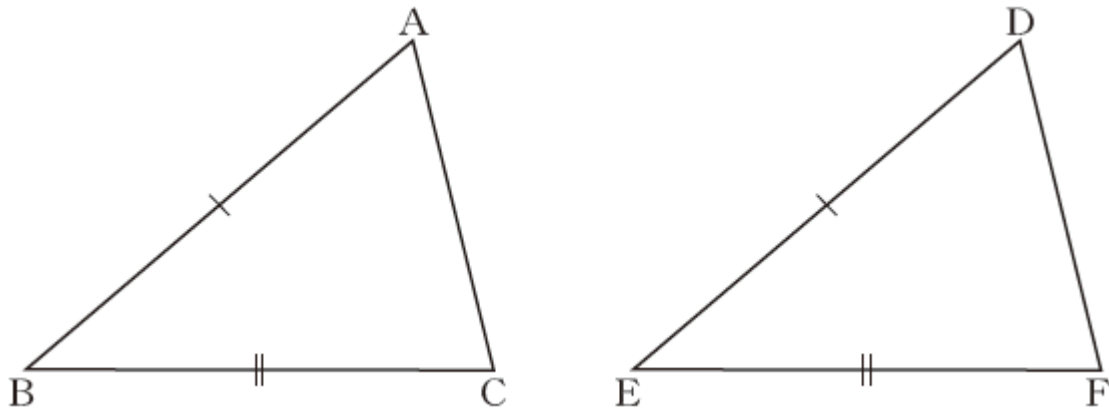


図 1 でも図 2 でも、同じように証明することができ、証明の一般性は失われない。

答え ア

■全国学力・学習状況調査⑥



・分かっていること

$AB = DE$

$BC = EF$

・分かればよいこと

$=$

2辺が等しいことが分かっているので、あとは間の角が等しいか、または、残りの辺が等しいことがいえればよい。

答え $\angle B = \angle E$ ($\angle ABC = \angle DEF$)
 または、
 $AC = DF$

■全国学力・学習状況調査⑦

どんな三角形でも内角の和は 180° であることの証明になっているかが問われている問題である。

①は一般性が保たれており、どんな三角形でも内角の和は 180° ということが証明できている。

しかし、②の場合は、与えられた図の場合では成り立っているが、その他の三角形の1つ1つを検証しなければならないので、これは「どんな三角形でも内角の和は 180° であることの証明」にはなっていない。

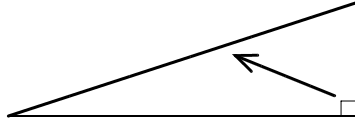
答え ウ

全国学力・学習状況調査

エ

【ポイント】

直角に対する辺を斜辺といったよね。



の $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ から
2つの三角形は、直角三角形になるね。
の $OP = OP$ から
2つの直角三角形の斜辺がそれぞれ等しいね。
の $PA = PB$ から
2つの直角三角形の斜辺でない1辺がそれぞれ等しいね。
だから、
「直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい」ので、
エが答えになるよ。

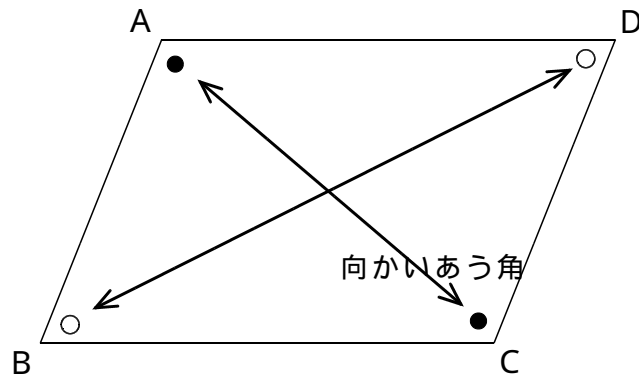
$\angle PAO$ は、 PA と PO の間の角になっていないので、
イの合同条件ではだめだよ。

全国学力・学習状況調査

$DAB = BCD$ ($A = C$, $BAD = DCB$ も可)

$ABC = CDA$ ($B = D$, $CBA = ADC$ も可)

【ポイント】



四角形が平行四辺形になるための条件は、5つあったよ。

2組の向かいあう辺が、それぞれ平行であるとき

2組の向かいあう辺が、それぞれ等しいとき

2組の向かいあう角が、それぞれ等しいとき

対角線が、それぞれの中点で交わる時

1組の向かいあう辺が、等しくて平行であるとき

その中の1つだね。

全国学力・学習状況調査

ア

【ポイント】

AC , AD , BC , BD の長さがすべて等しければ ,
 $AC = AD$, $BC = BD$ が必ず言えるよ。

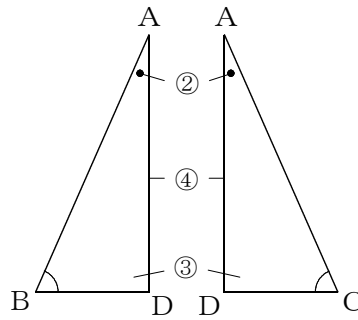
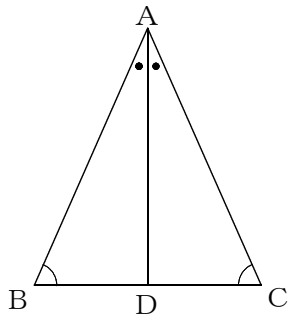
「 $AC = AD$, $BC = BD$ ならば $\triangle ACB = \triangle ADB$ である」
ことについてすでに図1のところで証明しているので、改めて
証明しなくていいよ。

■全国学力・学習状況調査① A問題

ウ

【ポイント】

証明の記述内容を見てみると、④ ($AD = AD$) で1辺、
 ② ($\angle BAD = \angle CAD$) と③ ($\angle ADB = \angle ADC$) で
 その両端の角が、それぞれ等しいことがいえるので、
 答えは、ウになるよ。



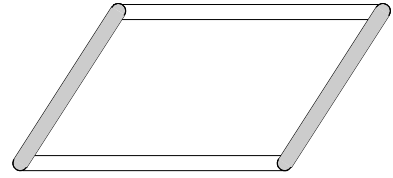
■全国学力・学習状況調査⑫ A問題

イ

【ポイント】

長さの異なる2種類の棒を2本ずつ使って、右の図のように組み合わせた四角形は、2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形と考えることができるよね。

この四角形がいつも平行四辺形になるための根拠となることからは、イになるよ。



■全国学力・学習状況調査⑬ A問題

ウ

【ポイント】

①は、角の大きさを文字を使って一般的に表し、図形の性質などを利用して証明をおこなっているのです、どんな三角形でも同じようにいえることを示しているね

②は、三角形の3つの外角を実測して説明をおこなっているのです、他の三角形で同じように実測して確かめなければいけないね。でも他の三角形で同じように実測して確かめたとしても、必ずしもすべての三角形で成り立つことを証明したことにはならないね。

したがって、答えはウになるよ。